Interrogation 1 - Correction

Macroéconomie - Croissance

Question de cours (9 points)

Section Economie du développement :

Aprés avoir rappelé les grandes tendances dégagées par les analyses empiriques de la convergence, vous indiquerez en quoi le modèle de Solow contribue à éclaircir cette question.→ Voir textes 1 TD1, 1 TD2, 1 et 2 TD3.

Correction indicative

0. **Intro** :

- Définition des termes du sujet : la notion de convergence.
- La question : Les évolutions des revenus par tête manifestent-elles, globalement, un phénomène de convergence ?

1. **Grandes tendances empririques** ?

L'examen de la dynamique de **la distribution des revenus par tête** révèle que : les pays riches tendent à le rester tandis que les plus pauvres s'échappent rarement de leur pauvreté ; les pays aux niveaux de revenus intermédiaires tendent à rejoindre l'un des deux groupes, en sorte que l'on parle de polarisation (les pays riches d'un coté, les pauvres de l'autre mais peu d'économie en situation intermédiare) ; Régionalement, les distributions tendent à se concentrer autour d'un niveau moyen de revenu par tête.

L'examen de **la dispersion des revenus par tête** indique que : pour un échantillon de plus 100 pays, sur la période 1960-1985, les revenus par tête ont eut tendance à diverger ; pour un échantillon de pays de l'OCDE, on assiste à une réduction de la dispersion des revenus par tête.

Le **test direct de l'hypothèse de convergence absolue** (économétrie). Les économies initialement pauvres ont-elles connu des taux de croissance plus élevés que les économies initialement riches ? Sur la période 1960-1997, la croissance des pays initialement les plus pauvres n'a pas été systèmatiquement plus rapide que celle des pays riches. En moyenne, les écarts de niveau de vie entre pays se sont creusés.

Conclusion / Transition :

- On peut obtenir la convergence si l'on "selectionne" l'échantillon étudié, que ce soit selon des critères de proximité géographique, de proximité organisationnelle...etc. En particulier, il y a convergence entre les pays industrialisés.
- Ce phénomène n'est cependant pas généralisable au niveau mondial : le rattrapage des pays riches par les pays pauvres ne s'observe pas à l'échelle de l'ensemble du monde.

2. **L'éclairage théorique apporté par le modèle de Solow**

Il s'agissait ici de développer la notion de convergence conditionnelle telle qu'elle est définie par Solow.

Les économies ne convergent pas toutes vers un même sentier de long terme mais chacune vers SON sentier de long terme. On peut alors rendre compte des tendances empiriques exposées en première partie.

3. **Conclusion** :

On pouvait évoquer l'extension du modèle de Solow apporté par Mankiw, Romer et Weil qui permet de jeter un autre regard sur l'idée de convergence absolue. L'intégration du capital humain parmi les facteurs de production permet au modèle de Solow de rendre mieux compte des écarts de revenu au niveau mondial.

Section Monnaie Finance :

Aprés avoir présenté les enjeux de la comptabilité de la croissance, vous exposerez les principales hypothèses ainsi que les étapes permettant d'obtenir le résidu de Solow. Vous conclurez en discutant l'écart pouvant exister entre résidu de croissance et résidu de Solow.→ Voir texte 3 TD2.

Problème(11 points)

Les implications des hypothèses (3pts)

Commentez l'expression de la fonction de production. A quel taux les facteurs sont-ils rémunérés ? (2pts)

La technologie, à la date t, est donnée par la fonction

$$Q_t = K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha}$$

Il s'agit d'une fonction Cobb-Douglas à rendements d'échelle constants : une hausse donnée de l'ensemble des quantités de facteurs provoque l'élévation du produit dans une proportion exactement identique. Les facteurs de production sont substituables. α représente l'elasticité du produit aux variations du stock de capital.

La variable A_t n'est évidemment pas à compter parmi les facteurs de production : il s'agit d'un composant de la structure de la technologie. Son évolution - le progrés technique - correspond à une déformation de la technologie de production. Le fait qu'il augmente plus particulièrement l'efficacité du travail implique qu'il s'agit d'un progrés technique neutre au sens de Harrod. Son élévation à travers le temps permettra d'économiser du travail. Cependant, il est à noter que l'accroissement de A_t améliore aussi la productivité du capital physique.

Le fait que l'on se place dans un cadre parfaitement concurrentiel se traduit par le fait que les agents prennent les prix comme donnés. Ainsi, le programme du producteur représentatif est simplement :

$$\begin{aligned} Max\, \Pi_t &= Q_t - w_t L_t - r_t K_t \\ s.c.\ Q_t &= K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha} \end{aligned}$$

où le prix du bien est retenu comme numéraire. Cela le conduit à rémunérer les facteurs de production à leur productivité marginale :

$$\begin{aligned} w_t &= \frac{\partial Q_t}{\partial L_t} = (1-\alpha)K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{-\alpha}A_t \\ r_t &= \frac{\partial Q_t}{\partial K_t} = \alpha K_t^{\alpha-1}(A_t L_t)^{1-\alpha} \end{aligned}$$

En utilisant les hypothèses proposées, décrivez les étapes permettant d'obtenir le taux de croissance du capital physique (1pts)

L'investissement brut I_t se répartit entre l'investissement de remplacement et l'accroissement du stock de capital (investissement net). L'investissement de remplacement correspond à la part du stock de capital déprécié à la date précédente : δK_t. On a donc, $\forall t \geq 0$:

$$I_t = \dot{K}_t + \delta K_t \Leftrightarrow \dot{K}_t = I_t - \delta K_t$$

Nous considérons une économie à l'équilibre général : le taux d'intérêt ajuste à chaque date l'épargne et l'investissement, $I_t = S_t$. Ainsi, $\forall t \geq 0$: $I_t = sY_t$. Le marché du bien est également équilibré en sorte que toute la production est écoulée : $Y_t = Q_t$. Au total, $\forall t \geq 0$: $I_t = sQ_t = sK_t^{\alpha}(A_tL_t)^{1-\alpha}$ et

$$\begin{aligned} \dot{K}_t &= sK_t^{\alpha}(A_tL_t)^{1-\alpha} - \delta K_t \\ \Leftrightarrow \frac{\dot{K}_t}{K_t} &= sK_t^{\alpha-1}(A_tL_t)^{1-\alpha} - \delta \\ \Leftrightarrow \frac{\dot{K}_t}{K_t} &= s\left(\frac{K_t}{A_tL_t}\right)^{\alpha-1} - \delta \end{aligned}$$

La dynamique du capital en unités de travail efficace (3pts)

On pose $k = K/AL$ le stock de capital en unités de travail efficace. Donnez l'équation d'accumulation de k (1pt)

$\forall t \geq 0$:

$$k_t = \frac{K_t}{A_tL_t}$$

La même égalité exprimée en taux de variation donne :

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = \frac{\dot{K}_t}{K_t} - \left(\frac{\dot{A}_t}{A_t} + \frac{\dot{L}_t}{L_t}\right)$$

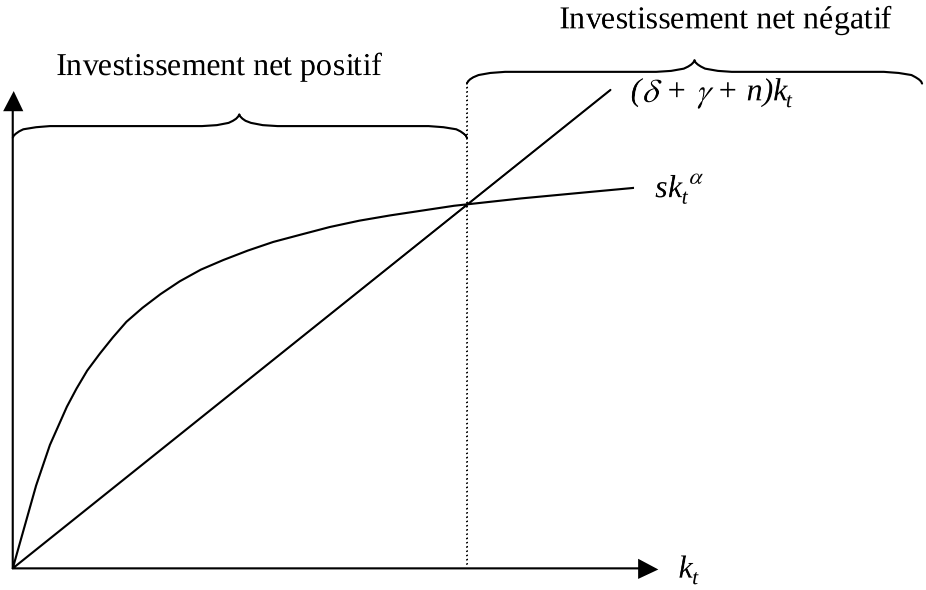
Nous savons que le progrés technique est représenté par un taux constant γ et que la population croît au taux n. Nous avons en outre déterminé le taux de croissance, pour chaque date, du stock de capital. Nous avons donc, $\forall t \geq 0$:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{k}_t}{k_t} &= \left(s\left(\frac{K_t}{A_tL_t}\right)^{\alpha-1} - \delta\right) - (\gamma + n) \\ \Leftrightarrow \frac{\dot{k}_t}{k_t} &= sk_t^{\alpha-1} - (\delta + \gamma + n) \end{aligned}$$

Le taux de croissance du stock de capital exprimé en travail efficace s'écrit ainsi comme la différence entre deux termes : le premier terme est l'investissement marginal (exprimé en travail efficace) de la date t, le second le "remplacement marginal" qu'il faut consentir pour maintenir le stock inchangé.

En vous appuyant sur une représentation graphique appropriée, faites l'analyse qualitative de la dynamique de k (0,75pt)

Investissement net en capital-efficace



La dynamique du capital (exprimé en unités de travail efficace)

L'écart entre la courbe et la croite représente le sens de variation de k_t. Lorsque la courbe est au dessus de la droite, k_t croît à travers le temps$\left(\dot{k}_t > 0\right)$. Lorsque la droite est au dessus de la courbe, c'est l'inverse $\left(\dot{k}_t < 0\right)$. La croissance de k_t est d'autant plus forte que cet écart est grand.

Les conditions d'Inada sont-elles satisfaites ? Qu'en déduisez-vous ? (1,25pts)

Notons $q = \frac{Q}{AL} = f(k)$ la production en unités de travail efficace. Les conditions d'Inada sont données par :

$$\lim_{k \to 0} f'(k) = +\infty \text{ et } \lim_{k \to +\infty} f'(k) = 0$$

Ici, $f(k) = k^{\alpha}$ avec $0 < \alpha < 1$. On a donc $f'(k) = \alpha k^{\alpha-1}$ les conditions d'Inada sont donc bien satisfaites.

Qu'en concluons-nous ? Nous en concluons que quelque soit la valeur des paramètres γ, δ et n finis, il existe un point d'intersection entre la courbe et la droite tracées ci-dessus et que cette intersection correspond à une valeur non-nulle de k_t. Autrement dit, il existe un équilibre stationnaire.

Le sentier de croissance à taux constant (3pts)

Caractérisez le sentier de croissance de long terme (vous noterez k^* le stock de capital efficace correspondant) (0,5pt)

Sur le sentier de croissance de long terme, le stock de capital en terme de travail efficace est stationnaire : $\dot{k}_t = 0$. Si l'on note k^* la valeur de long terme de ce stock, on a :

$$\begin{aligned}\dot{k}_t = 0 &\Leftrightarrow s(k^*)^{\alpha} - (\delta+\gamma+n)k^* = 0\\ &\Leftrightarrow s(k^*)^{\alpha-1} = (\delta+\gamma+n)\\ &\Leftrightarrow k^* = \left(\frac{s}{\delta+\gamma+n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\end{aligned}$$

Aprés avoir rappelé les faits stylisés distingués par Kaldor (1961), montrez que ces faits sont bien reproduits par le modèle (2,5pts)

Les faits stylisés mis en évidence par Kaldor sont :

1. La production par tête croît de façon continue ;
2. Le capital par tête est croissant ;
3. Le taux de rendement du capital est constant ;
4. Le ratio capital-produit est constant ;
5. Les parts de la rémunération du capital et du travail dans le revenu national sont constantes.

Le 6ème fait impliquant des comparaisons entre économies, il n'est pas utile de le mentionner ici.

Vérifions que le modèle développé dans cet exercice (modèle de Solow) satisfait chacun des faits énoncés.

Le fait 5

est vérifié à chaque date, que l'on soit ou non sur le sentier de croissance de long terme. En effet, il résulte simplement du fait que : la rémunération des facteurs se fait à leur productivité marginale ; les élasticités du produit aux variations des facteurs sont constantes. Nous avons obtenu à la première question :

$$\begin{aligned}w_t &= (1-\alpha)K_t^{\alpha}(A_tL_t)^{-\alpha}A_t\\ r_t &= \alpha K_t^{\alpha-1}(A_tL_t)^{1-\alpha}\end{aligned}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}\frac{w_tL_t}{Y_t} &= (1-\alpha)\frac{K_t^{\alpha}(A_tL_t)^{-\alpha}A_tL_t}{Y_t} = 1-\alpha\\ \frac{r_tK_t}{Y_t} &= \alpha\frac{K_t^{\alpha-1}(A_tL_t)^{1-\alpha}K_t}{Y_t} = \alpha\end{aligned}$$

Le fait 4.

Il n'est vérifié qu'à long terme, une fois que l'économie a rejoint son sentier de croissance à taux constant.

Le ratio capital-produit est donné par, $\forall t \geq 0$:

$$\frac{K_t}{Q_t} = \frac{K_t}{K_t^{\alpha}(A_tL_t)^{1-\alpha}} = \frac{K_t^{1-\alpha}}{(A_tL_t)^{1-\alpha}} = \left(\frac{K_t}{A_tL_t}\right)^{1-\alpha} = {k_t}^{1-\alpha}$$

Sur le sentier de long terme, $k_t = k^*$ le rapport capital sur travail est donc effectivement constant$\left(= (k^*)^{1-\alpha}\right)$.

Le fait 3.

Le taux de rendement du capital est ici égal au taux d'intérêt et lui-même à la productivité marginale du capital. $\forall t \geq 0$:

$$r_t = \alpha K_t^{\alpha-1}(A_t L_t)^{1-\alpha} = \alpha k_t^{\alpha-1}$$

Sur le sentier de croissance de long terme, $k_t = k^*$ et donc : $r_t = r = \alpha(k^*)^{\alpha-1}$. Le taux de rendement du capital physique est donc bien constant à long terme.

Le fait 2.

On a, $\forall t \geq 0$:

$$\frac{K_t}{L_t} = A_t k_t$$

le taux de croissance du capital par tête est ainsi, $\forall t \geq 0$:

$$\frac{\dot{\left(K_t/L_t\right)}}{K_t/L_t} = \frac{\dot{A}_t}{A_t} + \frac{\dot{k}_t}{k_t} = \gamma + \frac{\dot{k}_t}{k_t}$$

sur le sentier de croissance de long terme, nous avons vu que $\frac{\dot{k}_t}{k_t} = 0$. Dés lors, à long terme :

$$\frac{\dot{\left(K_t/L_t\right)}}{K_t/L_t} = \gamma > 0$$

Le capital par tête est bien croissant.

Le fait 1.

On a, $\forall t \geq 0$:

$$\frac{Q_t}{L_t} = \frac{K_t^\alpha (A_t L_t)^{1-\alpha}}{L_t} = K_t^\alpha (A_t L_t)^{-\alpha} A_t = A_t k_t^\alpha$$

le taux de croissance du capital par tête est ainsi, $\forall t \geq 0$:

$$\frac{\dot{\left(Q_t/L_t\right)}}{Q_t/L_t} = \frac{\dot{A}_t}{A_t} + \alpha\frac{\dot{k}_t}{k_t} = \gamma + \alpha\frac{\dot{k}_t}{k_t}$$

sur le sentier de croissance de long terme, nous avons vu que $\frac{\dot{k}_t}{k_t} = 0$. Dés lors, à long terme :

$$\frac{\dot{\left(Q_t/L_t\right)}}{Q_t/L_t} = \gamma > 0$$

Le produit par tête croît effectivement à taux constant (sur son sentier de long terme).

Des mouvements de capitaux

Dans quel sens les capitaux se déplaceront-ils ?

Supposons que les mouvements de capitaux soient déterminés par des différentiels de taux d'intérêt. Dans ce cas, les capitaux iront dans l'économie qui les rémunère le mieux. Sur leur sentier de croissance de long terme, le capital-efficace de chaque économie est stationnaire à un niveau :

$$k_1^* = \left(\frac{s_1}{\delta + \gamma + n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

pour l'économie 1, et

$$k_2^* = (\frac{s_2}{\delta + \gamma + n})^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

pour l'économie 2.

Ainsi, leur taux d'intérêt respectifs seront :

$$r_1 = \alpha(k_1^*)^{\alpha-1} = \alpha\left((\frac{s_1}{\delta + \gamma + n})^{\frac{1}{1-\alpha}}\right)^{\alpha-1} = \alpha(\frac{\delta + \gamma + n}{s_1})$$

et,

$$r_2 = \alpha(k_2^*)^{\alpha-1} = \alpha\left((\frac{s_2}{\delta + \gamma + n})^{\frac{1}{1-\alpha}}\right)^{\alpha-1} = \alpha(\frac{\delta + \gamma + n}{s_2})$$

On voit que $s_1 < s_2$ implique $r_1 > r_2$. Les mouvements de capitaux iront donc **de l'économie 2 vers l'économie 1**.

Conseils : Quand pouvez-vous estimer avoir compris un modèle ?

Essentiellement quand vous êtes en mesure de raisonner dans le cadre de ce modèle c'est à dire de tirer des conclusions économiques des hypothèses caractérisant le modèle. Cela suppose évidemment :

- d'abords, de bien connaître ces hypothèses ;
- d'être capable d'articuler des énoncés en utilisant des termes tels que : "par hypothèse...", "par définition...", "si...alors...", "puisque...", "or...", "donc...", "d'où..." et autres opérateurs logiques ;
- de maîtriser les aspects techniques permettant de combiner les hypothèses initiales pour en tirer des conclusions.